

SU UN POSSIBILE EFFETTO OTTICO DEL MOVIMENTO TERRESTRE (*)

(Con tre figure)

MARIO GALLI

SYMMARIUM. — Quaerit Auctor num, adhibita formula quae exprimit Fresnelianum coëfficiens tractionis, experimentum fieri possit, quo, aequae ac simili experimento a MICHELSON et MORLEY facto, ostendi queat non dubia repugnantia inter classici electromagnetismi leges et res atque eventus.

I. — Tra i fondamenti sperimentali della teoria delle relatività eccelle, come è ben noto, l'esperienza di MICHELSON e MORLEY. Sebbene siano numerosi gli esperimenti che al pari di questo mostrino un contrasto incontrovertibile con l'elettrodinamica classica, nessuno gli è superiore in valore dimostrativo. Come giustamente osserva il LAUE⁽¹⁾ in tutti questi esperimenti si tratta di fenomeni piuttosto complicati, dove si fa appello a principi non sempre chiari, di validità universale alquanto dubbia; così che non è facile escludere che l'elettrodinamica classica, mediante modificazioni non sostanziali, si potrebbe adattare ad essi.

Consentendo pienamente con LAUE circa l'incontestabile preminenza dell'esperimento di MICHELSON, osserviamo però che l'efficacia dimostrativa di esso è condizionata all'ammissione di certe proposizioni che non si possono riguardare come chiarissime, come provano le numerose contestazioni cui sono andate soggette. Queste proposizioni sono in sostanza quelle che affermano l'immobilità dell'etere e l'indipendenza della velocità della luce dal moto della sorgente.

(*) Nota presentata dall'Accademico Pontificio S. E. Giovanni Giorgi il 4 gennaio 1947.

(¹) « Handbuch der experimental Physik », XVIII, pag. 67.

Ma, indipendentemente da questi che sono i presupposti interpretativi dell'esperienza di MICHELSON, il dispositivo stesso è stato sottoposto ad una critica severa e si è tentato di infirmarne il valore dimostrativo. In genere tali critiche sono basate sulla legge della riflessione della luce su uno specchio in moto, stabilita diversamente da quanto hanno fatto MICHELSON e MORLEY ⁽¹⁾.

Secondo RIGHI, la cui critica è certo una delle più serie, quando un raggio luminoso incide su uno specchio in moto con velocità v , essendo lo specchio normale al piano definito dalla direzione del raggio luminoso e dalla direzione del movimento, l'angolo di riflessione non sarà uguale all'angolo d'incidenza, ma sarà uguale a quello aumentato o diminuito del doppio di un certo angolo ω dato dalla formola:

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{\rho \cos \beta \operatorname{sen} (\alpha - \beta)}{1 - \rho \cos \beta \cos (\alpha - \beta)}$$

dove α e β sono gli angoli che con la direzione del moto formano rispettivamente il raggio luminoso e la normale allo specchio, e ρ indica il rapporto v/c .

Tenendo conto di questa legge, ottenuta mediante la rigida applicazione del principio di HUYGHENS, RIGHI dimostra che, per una rotazione di 90° dell'apparecchio, non è lecito aspettarsi alcuno spostamento di frange, contro quanto si ritiene comunemente. Questo nell'ipotesi che i due specchi in cui si riflettono rispettivamente i due raggi nei quali si divide il raggio primario incidente sullo specchio a 45° fornito esattamente un angolo di 90° . Se tale non è il caso dovrebbe verificarsi qualche spostamento di frange. Ora, poichè l'esperienza si suole condurre proprio secondo questo modo, per avere frange più nitide, ed ha dato sempre risultato negativo, la teoria della relatività rimane impregiudicata.

Nonostante questa importante attenuazione, i procedimenti e le conclusioni del RIGHI lasciano alquanto perplessi. Egli applica il prin-

⁽¹⁾ SUTHERLAND W., « Phil. Magazine », XLV, pag. 23 (1898); « Hicks. Phil. Mag. », III, pag. 9 (1902); « Nature », February 13 (1902); MORLEY e MILLER, « Phil. Mag. », IX, pag. 680; KOHL, « Annalen der Physik », XXVIII, pag. 259 e 662 (1909); LAUE M., « Annalen der Physik », XXXIII, pag. 186.

cipio di HUYGHENS, ma chi ci assicura della sua universale validità? Chi ci assicura che esso sia applicabile anche ai corpi in movimento? Questi dubbi suggeriscono il desiderio di concepire ed attuare nuove esperienze che non si basino su alcuna proposizione contestabile.

II. — Un principio che, almeno a prima vista, sembra offrire qualche possibilità di ottenere lo stesso scopo di quello di MICHELSON e MORLEY è la celebre formola di FRESNEL relativa alla velocità della luce in un mezzo in moto. È precisamente questa possibilità che vogliamo discutere. Riferiremo anche il risultato negativo di una esperienza personale.

Secondo FRESNEL⁽¹⁾, se, con riferimento ad una piattaforma solidale con l'etere, c/n è la velocità della luce in un mezzo avente indice di rifrazione n ed in quiete rispetto all'etere, nell'ipotesi che tale mezzo si sposti rispetto all'etere con velocità uniforme v , tale velocità V si modifica secondo la formola:

$$V = \frac{c}{n} \pm \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v.$$

Da cui consegue che, con riferimento ad una piattaforma solidale con il corpo mobile, la velocità della luce è data dalla formola:

$$V' = \frac{c}{n} \mp \frac{v}{n^2}.$$

Il LORENTZ riuscì nel 1895⁽²⁾ a giustificare quella formola mediante la sua celebre teoria dei fenomeni magnetici dei corpi in movimento. Egli ritiene, contrariamente a FRESNEL, che l'etere non partecipa in alcun modo al movimento dei corpi.

La formola è stata sottoposta a verifica sperimentale da FIZEAU⁽³⁾, da MICHELSON e MORLEY⁽⁴⁾, da ZEEMANN⁽⁵⁾ ed è risultata esatta entro

(1) FRESNEL, « Ann. de Chimie et de Phys. », IX, 57 (1818).

(2) LORENTZ, *Optischen Erscheinungen in bewegten Körper*. « Collected Papers », V, pag. 95; *The Theory of electrons*. Leipzig, Teubner 1909.

(3) FIZEAU, « C. R. », XXIII, pag. 351 (1851); « Ann. de Chim. et de Phys. », LVII, 385 (1859).

(4) MICHELSON e MORLEY, « Amer. Journ. of Science », XXXI, 377 (1886).

(5) ZEEMANN P., « Verslagen Akad. d. Wiss. Amsterdam, Naturkundige Afdceelin », XXIII, pag. 245 (1914) XXIV pag. 18 e pag. 1336 (1914-1916), XXV, 184 (1916); « Arch. Neerland. », X, 132 (1927).

i limiti degli errori sperimentali. Anzi ZEEMANN ha controllato l'esattezza di una correzione introdotta dal LORENTZ. Secondo questo Autore, la costante n che compare nella formola deve identificarsi con l'indice di refrazione relativo, quello cioè che misurerebbe un osservatore solidale col sistema mobile, non già l'indice di refrazione assoluto, ovvero quello che misurerebbe un osservatore solidale con la sorgente luminosa. Per capire questa distinzione si pensi che in genere l'indice di refrazione è funzione della frequenza nei mezzi dispersivi, e questa si altera per effetto DOPPLER. Se allora si indica con n l'indice di refrazione assoluto, la formola si modifica come segue:

$$V = \frac{c}{n} \pm \left[1 - \frac{1}{n^2} + \frac{v}{n} \frac{dn}{dv} \right] v.$$

Prescindendo per ora da questa e da altre eventuali correzioni, vediamo come la formola originaria di FRESNEL potrebbe servire a provare il moto della terra rispetto all'etere.

Un semplice apparecchio potrebbe consistere nel fare interferire due raggi che abbiano percorso, l'uno parallelamente all'altro, due cammini geometricamente uguali, ma in mezzi di diverso indice di refrazione.

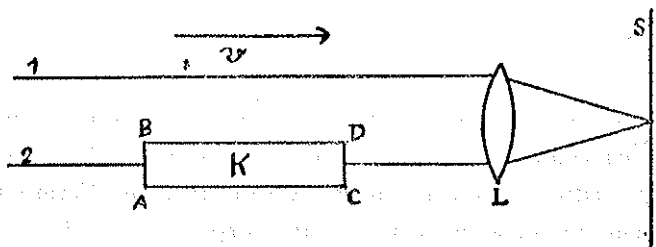


FIG. 1.

Supponiamo che un'onda piana monocromatica investa parzialmente la superficie AB della lastra di vetro K di lunghezza l . La lente L fa interferire sullo schermo S i raggi che hanno attraversato il vetro con quelli che hanno attraversato la regione superiore, dove l'indice di refrazione è uguale all'unità. La differenza di cammino ottico, come è ben noto, è data dall'espressione $l(n - 1)$. Ma supponiamo che la lastra K, insieme alla lente L ed allo schermo S, si sposti nella direzione per-

pendicolare ad AB e CD, con velocità v rispetto all'etere. In tale caso, il raggio 2 impiegherà a percorrere la lunghezza l (spessore della lastra) un tempo dato dall'espressione:

$$\frac{l}{\frac{c}{n} - \frac{v}{n^2}}.$$

Nello stesso tempo il raggio 1 percorre una distanza data da

$$\frac{l}{\frac{c}{n} - \frac{v}{n}} (c - v).$$

La differenza di cammino ottico fra i due raggi sarà quindi:

$$\Delta = \frac{l}{\frac{c}{n} - \frac{v}{n^2}} (c - v) - l$$

ovvero anche:

$$\Delta = \frac{nl(1 - \beta)}{1 - \frac{\beta}{n}} - l$$

indicando con β il rapporto v/c .

Sviluppando il denominatore in serie di potenze e limitandoci a prendere i primi due termini dello sviluppo otteniamo:

$$\Delta = (n - 1)l(1 - \beta) - \frac{l\beta^2}{n}$$

e trascurando il termine di second'ordine:

$$\Delta = (n - 1)l(1 - \beta).$$

Come si vede la differenza di cammino ottico dipende da β e cambia di segno con esso. Per conseguenza, ruotando di 180° tutto l'apparecchio, si dovrebbe avere uno spostamento di frange, molto cospicuo per velocità di traslazione dell'ordine di grandezza di quella di traslazione terrestre.

Ma in realtà, tale aspettazione non è legittima. Come già segnalò RAYLEIGH⁽¹⁾, per calcolare lo spostamento di frange in numeri d'onda, come sempre si deve fare, bisogna dividere l'espressione di sopra per la lunghezza d'onda dalla radiazione adoperata. Tenendo presente che, per effetto DOPPLER, la lunghezza d'onda, quella che si misurerebbe se il sistema fosse in quiete rispetto all'etere, deve essere moltiplicata per $(1 - \beta)$ si vede bene che l'influenza del movimento sparisce. Si ha cioè semplicemente: $\Delta = (n - 1) \frac{l}{\lambda_0}$.

Del resto LORENTZ ha dimostrato in generale⁽²⁾ che i fenomeni interferenziali, prescindendo da termini di second'ordine in β , non sono influenzati dal moto uniforme del sistema.

Per conseguenza ogni esperienza del genere di quella descritta, fatta allo scopo di rivelare il moto di traslazione della terra deve dare ed ha sempre dato risultato negativo⁽³⁾.

III. - C'è un'esperienza piuttosto recente di TOMASCHEK (1926)⁽⁴⁾ fondata sull'uso della formola di FRESNEL che merita di essere esaminata.

Questo sperimentatore asserisce di avere invano tentato di scoprire un effetto di prim'ordine. Poichè però il LORENTZ, come già abbiamo ricordato⁽⁵⁾, ha dimostrato che, in generale, effetti di prim'ordine, qualunque sia l'apparecchio interferenziale adoperato, non sono da attendersi, viene il dubbio che l'aspettativa di TOMASCHEK sia fondata su un equivoco.

Il dispositivo è quello schematizzato in figura, affatto simile a quello adoperato da MICHELSON e MORLEY per giustificare la formola di FRESNEL.

Se l'apparecchio si muove di moto traslatorio con velocità v nella direzione AC, si dovrebbe per questo semplice fatto osservare uno spostamento di frange corrispondente ad un effetto di prim'ordine, secondo l'Autore.

⁽¹⁾ R. W. WOOD, « Optique Physique », II, pag. 422.

⁽²⁾ LORENTZ, *The theory of electrons. Optical phenomena in moving bodies*, pag. 178, Leipzig, Teubner (1909).

⁽³⁾ RESPIGHI, « Mem. di Bologna », II, pag. 279; HOOK, « Astr. Nachr. », LXXVII, pag. 198; KETTLER, « Astr. Undulationtheorie », pag. 66 (1873), « Pogg. ann. », CXLIV, pag. 370, 1872; MASCART, « Ann. de l'école normale », III, pag. 376, 1874.

⁽⁴⁾ « Ann. der Phys. », LXXX, 509 (1926).

⁽⁵⁾ Luogo citato.

Eseguendo i calcoli della differenza di fase tra i due raggi interferenti si trova, applicando la formola di FRESNEL nella sua forma originale che sparisce anche il termine di second'ordine. E ciò l'Autore lo riconosce. Ma egli fa assegnamento sulla correzione di LORENTZ e vuole sostenere che, tenendo conto di questa, si dovrebbe avere un effetto di prim'ordine, che l'esperienza non ha rivelato. Stando a questo

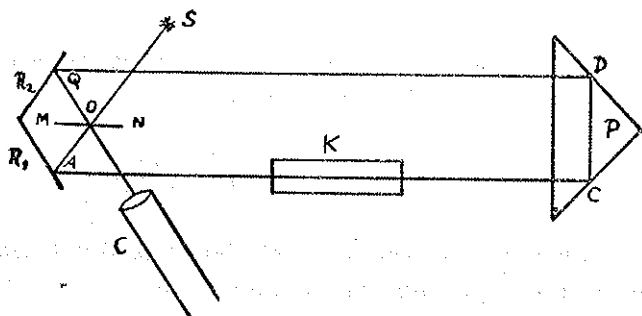


FIG. 2.

risultato bisognerebbe concludere che la correzione di LORENTZ non perfeziona la formola di FRESNEL, contro i risultati sperimentali di ZEEMANN ⁽¹⁾. È vero che, tenendo conto della correzione di LORENTZ si avrebbe un effetto di prim'ordine, ma non si può tenerne conto nel caso attuale. Qui infatti bisogna osservare che tanto il mezzo in cui si propaga il raggio quanto la sorgente luminosa si spostano con la stessa velocità, e non è quindi giustificato distinguere fra la frequenza assoluta e relativa. La correzione di LORENTZ si riferisce al caso in cui il mezzo mobile attraversato dal raggio luminoso si sposti rispetto alla sorgente. Crediamo che qui risieda l'equivoco in cui è caduto il TOMASCHEK.

IV. - Le considerazioni precedenti ed i risultati negativi di esperienze apposite ci obbligano ad ammettere che è vano utilizzare la formola di FRESNEL allo scopo di costruire apparecchi capaci di rivelare il moto di traslazione della terra, qualora si attendano effetti di prim'ordine. Ma non è escluso che si possano attendere legittimamente

⁽¹⁾ Luogo citato.

effetti di second'ordine e che questi effetti siano in qualche modo rivelabili.

Questo appunto ci proponiamo di esaminare.

Riprendiamo in esame la formula:

$$\Delta = \frac{n(l)(1-\beta)}{1-\frac{\beta}{n}} - l$$

Sviluppiamo il denominatore in serie di potenze ed arrestiamoci ai termini di second'ordine. Abbiamo allora:

$$\Delta = l(n-1)(1-\beta) + l\beta^2\left(\frac{1}{n}-1\right).$$

In questo caso si vede bene che calcolando la differenza di cammino ottico in lunghezze d'onda, il dovere tener conto dell'effetto DOPPLER non implica un'esatta compensazione. Dividendo infatti per $\lambda_0(1-\beta)$ invece che per λ_0 semplicemente otteniamo:

$$\Delta = \frac{l}{\lambda_0}(n-1) + \frac{l\beta^2(1-n)}{n\lambda_0(1-\beta)}.$$

Da qui vediamo che il termine esprime il contributo del moto traslatorio di tutto l'apparecchio è dell'ordine di grandezza di $\frac{l\beta^2}{\lambda_0}$. Si tratta, come è facile rilevare, di un effetto piccolissimo, quindi difficilmente rivelabile. Per velocità di grandezza di quella orbitale della terra l dovrebbe essere di alcuni metri.

Si può costruire un apparecchio di lunghezza così rilevante? Ed anche una volta costruito sarebbe agevole farlo rotare di 90° senza perturbare notevolmente il fenomeno che si vuole osservare? Queste difficoltà sono gravi, per quanto non assolutamente insuperabili.

Però ci sarebbe il vantaggio rilevante che qui la nostra ignoranza delle leggi della riflessione e della refrazione non porterebbe pregiudizio al valore dimostrativo dell'esperienza, come nell'esperienza di MICHELSON. È questo vantaggio che ci è parso degno di considerazione e ci ha indotti al presente studio.

Purtroppo però si presenta una grave difficoltà. Bisogna abbandonare il semplice dispositivo di fig. (1) poichè in tal caso la diffe-

renza di cammino ottico sarebbe troppo grande e per conseguenza le frange sparirebbero. Bisognerà in qualche modo prolungare il cammino del raggio 2. Ciò si potrebbe ottenere in vari modi, ma in ogni caso bisognerà evitare che si verifichino riflessioni su specchi ovvero su prismi in modo da incorrere nella stessa incertezza segnalata a proposito dell'esperienza di MICHELSON. L'unico caso in cui l'incertezza è esclusa ci sembra essere quello in cui l'angolo d'incidenza è nullo.

Ciò posto l'unico modo adatto ci sembra quello schematizzato in figura od altri analoghi.

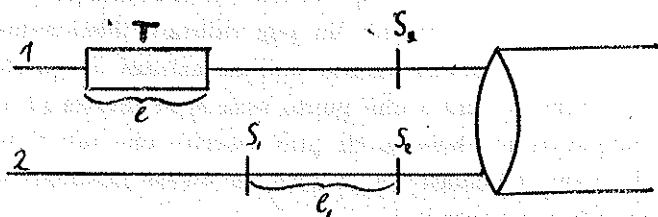


FIG. 3.

S_1 ed S_2 sono due lastre semiargentate. Il raggio 2 in parte viene riflesso ed in parte trasmesso in S_1 , quindi si riflette parzialmente in S_2 ed S_1 per poi attraversare S_2 e quindi penetrare nello strumento di osservazione. Ammettendo che lo spessore dell'argentatura delle lastre S_1 ed S_2 sia tale che il raggio riflesso e trasmesso abbiano la stessa intensità, è facile vedere che con ciò l'intensità del raggio 2 è ridotta ad un sedicesimo del valore iniziale. Bisognerà allora far sì che anche l'intensità del raggio 1 si riduca ad un sedicesimo del valore primitivo, ed a ciò provvede appunto la lastra S_3 la cui argentatura ha uno spessore tale da permettere il conseguimento dello scopo, tenuto conto pure dell'assorbimento della sostanza T . In questo modo se ammettiamo che tutto l'apparecchio si sposti con velocità v nella direzione dei due raggi 1 e 2, la differenza di fase fra il raggio 1 ed il raggio 2 si calcola agevolmente. Indicando con τ_1 e τ_2 rispettivamente il tempo impiegato dal raggio 1 per percorrere la distanza l nella sostanza T e la lunghezza l_1 nel vuoto ed il tempo impiegato

dal raggio 2 per percorrere la distanza l nel vuoto e la distanza $3l$ parimenti nel vuoto, abbiamo:

$$\tau_1 - \tau_2 = \frac{l}{c} (n-1) - \frac{2l_1}{c} - \frac{l\beta^2}{c} \left(1 - \frac{1}{n}\right) - \frac{2l_1}{c} \beta^2.$$

la lunghezza l_1 sarà determinata dalla condizione che il contributo dei due primi termini sia pressochè nullo.

Ma nonostante il vantaggio di cui abbiamo detto sopra, l'utilità di questa ed altre analoghe esperienze rimane problematica. Supponiamo che il risultato sia negativo. Quali conseguenze teoricamente importanti se ne potrebbero dedurre? Bisognerebbe certo concludere che la formula di FRESNEL non è corretta. Ma per valutare pienamente l'importanza del necessario riconoscimento dell'inesattezza di questa formula bisognerebbe stabilire fino a che punto essa si connetta ai fondamenti dell'elettromagnetismo classico. Si può asserire che tali fondamenti e tale formula siano vincolati fra di loro da essere destinati a perire o a restare simultaneamente?

Esaminando bene la dimostrazione di LORENTZ, quella che a noi interessa, vediamo che in realtà, la formula di FRESNEL consegue dalle formole fondamentali dell'elettromagnetismo classico ma solo in prima approssimazione. Il teorema degli stati corrispondenti è vero solo quando sia permesso di trascurare termini di second'ordine in β . Si potrebbe pensare di applicare il procedimento di LORENTZ fino a conseguire una formula più precisa, esatta almeno fino ai termini di second'ordine, e confrontare questa con l'esperienza.

Ma neppure così facendo si conseguirebbe lo scopo. Infatti nel procedimento di LORENTZ ed in altri simili la formula di FRESNEL non è deducibile semplicemente dalle equazioni di MAXWELL. Bisogna inoltre aggiungere qualche supposizione circa la struttura dell'elettricità, supposizione che potrebbe anche essere molto naturale, ma che potrebbe essere anche modificata senza contraddire alcun fatto fisico.

Possiamo quindi concludere che la formula di FRESNEL non può essere utilizzata per il raggiungimento di quegli scopi cui, nonostante qualche critica più o meno fondata, serve egregiamente l'esperienza di MICHELSON; almeno non potrebbe competere con essa in efficacia dimostrativa.