PONTIFICIA ACADEMIA SCIENTIARVM

ACTA
Vol. X - N. 26
pag. 297-300

SUL MOTO DI UN SOLIDO IMMERSO IN UN FLUIDO (*)

Nota II

FRANCESCO SBRANA

SVMMARIVM. — Nonnulla animadvertuntur de quibusdam scriptis ab Auctore ante paucos annos editis, circa motum solidi in fluido submersi.

In una Nota con questo titolo, pubblicata qualche anno fa (1), riprendevo tra l'altro il noto problema del moto di un solido avente la forma di un ellissoide di risoluzione, immerso in un fluido incomprimibile nell'ipotesi che il moto indotto nel fluido sia irrotazionale. Consideravo in particolare il caso in cui il moto del solido sia elicoidale, lungo l'asse di figura del solido stesso; se l'ellissoide è accorciato, e solido e fluido sono sollecitati unicamente dalla gravità, l'accelerazione del baricentro G è data allora da

$$a = \frac{m - m_1}{m + Cm_1} g \ , \qquad [1]$$

essendo m la massa del solido, m_1 la massa di un ugual volume di fluido, g l'accelerazione della gravità, e

$$C = \frac{tg\beta - \beta}{\beta - \operatorname{sen}\beta\cos\beta} \ ,$$

(*) Nota presentata dall'Accademico Pontificio S. E. Giovanni Giorgi il 4 gennaio 1947.

(1) In: « Acta Pont. Acad. Nov. Linc. », Anno LXXXVIII, (1934-35), pagg. 162-182. A quella Nota fanno seguito altre due: *Sul moto di un solido ellissoidico omogeneo immerso in un liquido* (« Rend. del Circ. Matem. di Palermo », tomo LX, 1936, pagg. 90-101); *Ancora sul moto di un solido ellissoidico omogeneo immerso in un liquido,* (ibidem, tomo LXII, 1938-39, pagg. 1 4). In quest'ultima Nota dev'essere soppresso il n. 3.

dove $c = a \cos \beta$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, ed a, c, (con $c < a$), sono i due semiassi della ellisse meridiana.

Dalla [1] deducevo che se l'ellissoide si riduce ad un *disco circolare*, il moto di G diviene uniforme.

Solo recentemente sono venuto a conoscenza di una recensione della Nota anzidetta [1], nella quale riferendosi alla mia asserzione sul moto del disco è detto:

« In questo caso l'Autore cade in equivoco concludendo essere possibile soltanto moto uniforme. Dall'essere infinito il rapporto tra la massa apparente addizionale e la massa del liquido spostato non risulta infatti che la massa apparente sia senz'altro infinita giacchè in questo caso la massa del liquido spostato è manifestamente nulla ».

Stimo ora doveroso ritornare sull'argomento per chiarire il mio pensiero.

Introducendo anzitutto le densità rispettive ρ e ρ_1 del solido e del fluido, si ha dalla [1],

$$a = \frac{\rho - \rho_1}{\rho + C\rho_1} g \ . \tag{2}$$

Ciò premesso, poichè C tende $a + \infty$ quando β tende a $\frac{\pi}{2}$ (assumendo sempre valori minori di $\frac{\pi}{2}$), cioè quando c tende a zero (restando naturalmente positiva), fissata una accelerazione ε piccolissima, si può determinare una lunghezza c_0 tale che per $c < c_0$ sia

$$|a| \leqslant |\varepsilon| \ .$$

In altri termini, *l'accelerazione* $\boldsymbol{a}$ *si può rendere piccola a piacere, scegliendo un'ellissoide sufficientemente schiacciato.*

Se proprio si volesse invece passare dal solido a tre dimensioni al solido a due dimensioni, occorrerebbe riprendere la [1], ammettere

---

(1) Cfr. « *L'Aerotecnica* », notiziario tecnico del Ministero di Aeronautica e Atti dell'Associazione Italiana di Aerotecnica, vol. XV, luglio-agosto 1935, n. 7-8, pag. 829.

che m resti costante nel passaggio del solido dalle tre alle due dimensioni; sostituire poi m_1 col prodotto di ρ_1 per il volume $\frac{4}{3}\pi a^2 c$; e fare tendere c a zero. Avendosi

$$\lim_{c \to 0} \frac{4}{3}\pi a^2 c\, C = \frac{4}{3}\pi a^3 \lim_{\beta \to \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen}\beta - \beta\cos\beta}{\beta - \operatorname{sen}\beta\cos\beta} = \frac{8}{3} a^3 ,$$

si troverebbe nel caso del disco l'accelerazione

$$[3] \qquad \boldsymbol{a} = \frac{m}{m + \frac{8}{3}\rho_1 a^3}\, \boldsymbol{g} \,.$$

dove m è la massa del disco, $\boldsymbol{a}$ il suo raggio, e ρ_1 la densità del fluido.

È da notarsi però che eseguendo il passaggio al limite ora accennato anche per le velocità delle particelle fluide, si trova che *diviene infinita la componente tangenziale della velocità di ogni particella che rasenti il disco* (mentre naturalmente la componente normale si annulla).