

## SULLE FLUTTUAZIONI ECONOMICHE (\*)

PAOLO MEDOLAGHI

**SUMMARIVM.** — Cum mathematica dictamina, quae ad interpretandas oeconomicorum eventuum mutationes invecta sunt, cursus et recursus per propriam functionum (quarum pleraeque exponentiales et sinusoidales sunt) classem exprimant, optandum est ut huiusmodi functiones ad interpolandas series historicas oeconomicas applicentur. Auctor exponit quibus modis difficultates superari possint quae huic applicationi obstant, quanto maioris momenti sint in hac re breviores eventuum orbes quam orbes medii vel diuturniores (de quibus praesertim usque adhuc investigatum est), et quo modo possint novae inductionis statisticae rationes institui, si ordinata de interpolantibus functionibus inquisitio cum inquisitione de relationibus functionalibus, quas oeconometrica schemata proponunt, connectatur.

Gli aspetti drammatici delle grandi crisi economiche hanno richiamato da lungo tempo l'attenzione degli storici e degli economisti che, volta a volta, considerando le crisi quali episodi eccezionali, hanno cercato di rintracciarne le cause, e ne hanno descritte le gravi conseguenze sociali; ma è soltanto da pochi decenni che si è incominciato a parlare di una dinamica economica, cioè di una teoria in cui dovrebbero trovare razionale spiegazione le oscillazioni piccole e grandi cui sono incessantemente soggette tutte le forme dell'attività economica. Usando le parole « razionale spiegazione » mi riferisco a quella che può essere cercata da chi, non ignorando la subordinazione dell'ordine economico a quello etico e sociale, si rende conto dei limiti che la natura dell'argomento pone alla ricerca quantitativa, cosicché fino dal principio trova necessario porre a sè stesso e dare di questi limiti una precisa definizione. Ora è a parer mio interessante constatare che ad una tale delimitazione, e quindi anche implicitamente ad

---

(\*) Nota presentata dall'Accademico Pontificio Ugo Amaldi il 1° maggio 1945.

una tale effettiva subordinazione, ci conducono alcune recenti ricerche nel campo delle teorie econometriche ed altre finora appena iniziate nell'indirizzo statistico, delle quali ultime mi propongo dare un brevissimo cenno.

Le ricerche econometriche a cui mi riferisco si svolgono intorno a schemi semplicizzati; esse introducono un piccolo numero di variabili economiche, a seconda dell'oggetto dello studio (se si tratta, per esempio, di studiare il ciclo della produzione dei beni capitali si introduce necessariamente l'indice della produzione perfezionata nell'unità di tempo e quello della produzione in corso di lavorazione nella stessa unità, ma oltre a queste due variabili e secondo il punto di vista da cui ci si colloca e l'aspetto del fenomeno che si vuol meglio mettere in luce, potrà anche essere introdotto l'indice della produzione dei beni di consumo, il volume totale dei beni capitali, il loro logorio, un indice dei prezzi...).

Si pongono poi equazioni funzionali di collegamento tra le variabili; esse dovrebbero avere una base statistica, ma ove questa, come spesso avviene, manchi vi si sostituiscono ipotesi ricavate dalla introspezione e dal principio edonistico. È il punto debole del procedimento, quello da cui originano le maggiori divergenze e discussioni. Comunque, nel sistema di equazioni così ottenuto abbiamo in nuce già la rappresentazione del fenomeno che si vuole studiare; che però servirebbe ben poco e resterebbe sospesa nella incertezza sulla validità delle ipotesi assunte se la ricerca non fosse completata con la integrazione del sistema di equazioni. Questa ci conduce a rappresentare ognuna delle variabili economiche inizialmente introdotte mediante una funzione analitica nella quale, secondo i casi, cioè secondo la natura delle equazioni di collegamento, è contenuto un numero finito di costanti indeterminate o una funzione indeterminata. L'attribuzione di valori particolari a questi elementi indeterminati, cioè la individuazione degli integrali particolari decide del successo o dell'insuccesso dello studio intrapreso; qualora non si trovi alcun integrale particolare che ci dia del movimento economico preso in esame una rappresentazione conforme a quella rivelata dalla esperienza si deve concludere che o nel sistema delle ipotesi, o in altri punti del procedimento deduttivo, che in questa troppo rapida e incompleta esposizione sono rimasti in ombra, vi è difetto; se invece si trova almeno un'integrale

particolare che corrisponde abbastanza bene almeno ad un periodo della realtà storica non ne consegue alcuna certezza ma ci si può sentire animati a proseguire le ricerche nella via intrapresa.

‘Abbastanza bene’ è una espressione vaga che conviene chiarire per ciò che in seguito si dovrà esporre. L’interesse dei costruttori di teorie econometriche si è rivolto finora quasi esclusivamente verso gli integrali che rappresentano cicli poliennali non soltanto perchè questi hanno un più evidente interesse storico ed economico, ma anche perchè si pensava che le ricerche statistiche condotte in generale su lunghe serie di dati annuali si prestassero meglio alla individuazione di lunghi e medi cicli che non a quella di cicli di corta durata, su cui incidono troppo le imperfezioni statistiche e gli scarti casuali. Sono stati perciò considerati gli integrali particolari cui corrispondono le fluttuazioni più lunghe ed è stato considerato soddisfacente il confronto statistico quando la lunghezza dei cicli calcolati è risultata presso a poco eguale a quella dei cicli osservati statisticamente. Così KALECKI è stato soddisfatto di trovare un ciclo decennale per la produzione di beni capitali e FRISCH di trovare invece cicli di poco più che 8, 3, 2 anni perchè concordavano con le esperienze cui ciascuno di essi si riferiva. Ma dobbiamo riconoscere che un confronto basato su questo solo elemento della lunghezza del periodo ciclico, che non è dopo tutto nemmeno costante, riesce assai poco probativo; da qui le riserve con le quali queste indagini sono tuttora accolte da molti studiosi. Nessuno del resto più degli stessi costruttori di schemi econometrici per cicli congiunturali ne ha sottolineato il carattere provvisorio e grossolano e la necessità di procedere a perfezionamenti ed ulteriori sviluppi e soprattutto ad accertamenti più rigorosi sulla base di concrete esperienze.

Ecco dunque la ragione e la importanza del controllo statistico, che può essere portato al principio o alla fine del procedimento deduttivo. Il controllo portato all’inizio, cioè sopra le ipotesi di partenza, consiste principalmente nella ricerca delle correlazioni; gli studi in questo campo sono molto numerosi ma non molto conclusivi. Il controllo portato alla fine del ragionamento matematico si fonda sulla interpolazione delle serie economiche concrete. Calcolate le funzioni interpolatrici di un dato gruppo di serie economiche si riscontra se tra esse esistano relazioni funzionali identiche a quelle postulate nell’una o nell’altra teoria econometrica o se se ne possano ottenere di nuove

con leggere modificazioni; attribuendo, per esempio, ad uno o più parametri che la teoria econometrica ha supposto costanti un valore variabile in funzione del tempo. Si tratta in sostanza di percorrere all'inverso il cammino seguito dagli econometristi teorici risalendo per induzione dalle esperienze concrete alle funzioni analitiche, e da queste alle relazioni tra variabili economiche, anzichè dalle ipotesi discendere con una catena di deduzioni alle relazioni funzionali e da queste agli integrali rappresentativi. Il procedimento inverso non ha soltanto valore di controllo; esso darà eventualmente anche modo di rimuovere alcune ipotesi semplificatrici e quindi di conferire alle teorie un contenuto più ampio. Un programma di questo genere, ma divergente in alcuni punti da quello accennato in questa nota, fu preannunciato dal Prof. RAGNAR FRISCH nella riunione della Società Econometrica ad Oxford il 26 settembre 1936, ma non so quale seguito abbia poi avuto da parte sua.

In una memoria, non ancora pubblicata, mi sono proposto di saggiare, su applicazioni concrete, la possibilità di successo di indagini condotte sul piano ora accennato. Qui ne presento alcuni brevi accenni.

Dovendo andare a ritroso del procedimento deduttivo era ovvio assumere come posizioni di partenza, cioè come funzioni interpolatrici, quelle che per le teorie erano posizioni di arrivo, cioè gli integrali dei sistemi di equazioni funzionali. Questi integrali, pur nella diversità delle teorie, hanno tutti un carattere comune; sono sommatorie di funzioni esponenziali ed exposinusoidali (è stato proposto questo nome per indicare la funzione seno moltiplicata per un esponenziale); le costanti che intervengono in tali funzioni sono suscettibili di interpretazione economica; in particolare quelle che affiancano gli argomenti degli esponenziali e delle funzioni circolari, cioè le  $\alpha, \beta, \gamma$  delle funzioni del tipo  $e^{\alpha t} \sin(\beta t + \varphi)$ ,  $e^{\gamma t}$ , hanno speciale interesse perchè sono le più caratteristiche della struttura economica (parametri strutturali).

Per la loro stessa natura le funzioni suddette non possono però essere utilizzate quando si tratti di interpolare lunghe serie storiche; infatti esse, considerate come funzioni della variabile tempo,  $t$ , presentano, con il crescere di  $t$ , oscillazioni di ampiezza o sempre maggiore, o sempre minore, o sempre perfettamente eguale o anche nessuna oscillazione. Nella realtà economica non si riscontra nulla di simile; non vi sono periodicità perfette, nè vi sono stati di assoluta stazionarietà, nè oscillazioni crescenti fuori di ogni limite. Dunque le fun-

zioni che ci sono additate dalle teorie econometriche come le più atte a rappresentare il movimento economico, quelle che noi dobbiamo necessariamente preferire come funzioni interpolatrici delle serie storiche, ci denunciano, ciascuna da se stessa, la propria precarietà, la propria inidoneità a servirci per molto tempo. La importanza di questa constatazione non è sfuggita ad J. AKERMANN, RAGNAR FRISCH, C. F. ROOS, che ne hanno tratto deduzioni importanti. Non c'è da sperare che una serie di dati statistici estesa sopra un lungo numero di anni si possa interpolare con una unica funzione suscettibile di interpretazione economica. Dobbiamo invece, seguendo FRISCH e ROOS, raffigurarci ciascuna serie storica economica come costituita da diversi pezzi saldati insieme; i punti di saldatura, che chiamerò in seguito punti critici, sono quelli in cui una funzione interpolatrice cessa di rappresentare il movimento economico, ed un'altra vi si deve sostituire. Se, per esempio, le due funzioni sono entrambe del tipo  $ke^{at}\sin(\beta t + \varphi) + h$  il punto critico ci denuncia una variazione di alcuni o tutti i parametri  $k, a, \beta, \varphi, h$  ciascuno dei quali ha un suo proprio significato economico; esso ci denuncia dunque un cambiamento avvenuto nella struttura economica, ci avverte che un fatto nuovo, una forza esogena è intervenuta ad alterare poco o molto il corso degli eventi. Dalla esperienza acquistata adoperando per la interpolazione appunto funzioni del tipo  $ke^{at}\sin(\beta t + \varphi) + h$  sono indotto a concludere che l'intervallo tra punti critici consecutivi raramente supera 2 anni, spesso è alquanto inferiore. Si comprende la importanza che assume la determinazione dei punti critici. A priori, considerando il problema dal solo punto di vista matematico, si potrebbe credere che questa determinazione dipenda dalla complessità della funzione scelta per l'interpolazione; è chiaro che se questa contiene molte costanti arbitrarie sarà possibile adattarla ad un tratto della serie empirica molto più lungo che se le costanti sono poche; quando però si tenga presente che le costanti debbono avere un significato economico si riconosce facilmente che la indeterminatezza del problema resta molto ridotta, se pur non cade addirittura. Attualmente sarebbe difficile attribuire un significato economico a tutte le costanti di una sommatoria che comprendesse, per esempio, più di due sinusoidi; è naturale perciò che volendo procedere, sopra un dato gruppo di serie, alla ricognizione sistematica dei punti critici si adoperi anzitutto la funzione  $ke^{at}\sin(\beta t + \varphi) + h$ . In quanto alle serie cui tale

ricerca può essere applicata è evidente, per la già accennata brevità degli intervalli, che non è possibile utilizzare serie di dati annuali, ma dobbiamo servirci di serie di dati mensili. E nemmeno possono servire serie alle quali sia stata applicata la detrazione del trend, perchè, mediante la interpolazione sistematica, il trend risulta determinato dalla successione di valori del parametro  $h$ .

La interdipendenza tra variabili economiche assume spesso caratteri che richiamano alla mente fenomeni ereditari; altre volte è la previsione delle variazioni future di alcune variabili che determina variazioni attuali di altre variabili (FISCHER, AMOROSO, influenza delle previsioni di rialzi e ribassi dei prezzi sulla produzione, sulla domanda...). Quantunque sia molto difficile portare oggi praticamente questi nuovi punti di vista nelle indagini econometriche ed in quelle statistiche, tuttavia si può constatare che un vantaggio non indifferente si ottiene sostituendo alle serie originarie quelle che se ne deducono con il metodo della somma continua su intervallo mobile; maggiori delucidazioni al riguardo condurrebbero troppo in lungo.

Il perno dei nuovi metodi induttivi che si vorrebbero fondare con le ricerche fin qui accennate consiste nel collegamento tra le indagini statistiche e le teorie di dinamica economica. Forse il miglior modo per darne una idea consiste nell'addurre un esempio. Nel volume VI della « Nuova collana di Economisti » è pubblicato un interessante studio di BRESCIANI-TURRONI ed una memoria di WAGEMANN; entrambi contengono, tra le altre cose, una illustrazione delle fluttuazioni dell'economia germanica dopo la stabilizzazione del marco nel 1924. Alla memoria di WAGEMANN sono allegate alcune tabelle, e vi si trova una serie di indici mensili della produzione industriale, ed una di indici di prezzi all'ingrosso. Entrambe si prestano benissimo alla interpolazione con la funzione sinusoidale che, scegliendo volta a volta opportunamente l'origine dei tempi e l'unità di misura per il tempo, si riconduce alla forma  $ke^{at}(\cos t + \alpha \sin t) + h$  con tre soli parametri. La migliore interdipendenza tra le due serie (ed anche con la serie derivata di quella dei prezzi) si ottiene quando si assume per la serie della produzione l'intervallo mobile di 12 mesi, per quella dei prezzi l'intervallo di 6 mesi; la interdipendenza è strettissima nella depressione del 1926 tanto che differisce poco, salvo lo sfasamento, da un rapporto di proporzionalità, e presenta i caratteri già osservati in altre esperienze

(FISCHER, AMOROSO, PIGOU...); essa risulta invece più complicata nel successivo periodo di espansione 1927-1928.

I due periodi sono separati da un punto critico che si tratta di interpretare ricorrendo ad una teoria econometrica. Quella esposta da FRISCH nella memoria inserita nel volume di saggi in onore di CASSEL risulta atta all'uopo, quando si spinga la determinazione degli integrali particolari, da lui limitata ai primi tre di più lunga ciclicità già prima ricordati, ad almeno un quarto integrale, cui nella particolare struttura economica esaminata dal FRISCH corrisponde un ciclo di un anno ed 8 mesi. Questo quarto integrale ed il terzo di FRISCH corrispondono abbastanza bene, tenuto conto della diversità delle strutture, a quelli che abbiamo incontrato nella serie della produzione industriale germanica. Al lume della teoria di FRISCH si giunge alla conclusione che i fattori esogeni determinanti la espansione della produzione sono stati il fattore monetario e il creditizio; e si potrebbe a questo punto osservare che la documentazione storica ed il commento di BRESCIANI-TURRONI ci avevano già da tempo condotti, e per via senza dubbio più piana ed accessibile a tutti, allo stesso risultato. Ma noi non dobbiamo badare alla asperità del cammino, sibbene alla meta che è di introdurre, in campi troppo spesso aperti al conflitto delle passioni e degli interessi, strumenti di indagine imparziale e serena.